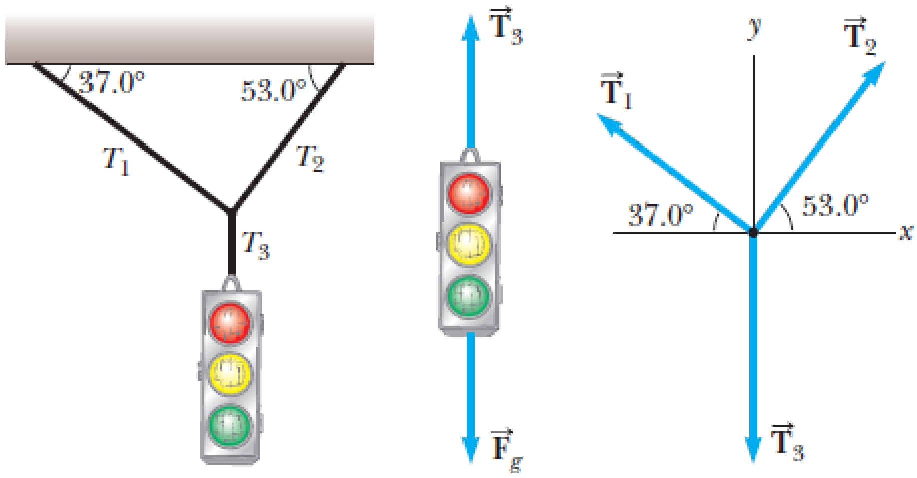
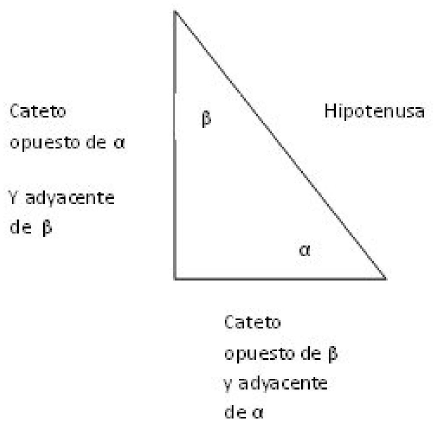
# LAS TENSIONES EN LAS CUERDAS

Cuando hablamos de tensiones en cuerdas nos referimos por ejemplo a las fuerzas que ejercen las cuerdas para sostener un cuerpo suspendido de ellas, como se observa en la siguiente figura



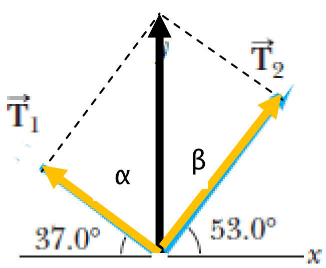

Tal como puede apreciarse en la figura, las dos cuerdas hacen hacia arriba una fuerza que reemplazaría al peso del cuerpo para que este no caiga, lo que en la imagen está representado con $T_3$.
Hay varias formas distintas de calcular estas tensiones, entre ellas sistema de ecuaciones con dos incógnitas o la aplicación de los conocimientos previos de trigonometría tales como la definición de seno y coseno si la suma de los 2 ángulos que forman las tensiones con la horizontal es igual a 90 º




$$sen\ \alpha = \frac{cateto\ opuesto}{hipotenusa}$$

$$cos\ \alpha = \frac{cateto\ adyacente}{hipotenusa}$$

$$tg\ \alpha = \frac{cateto\ opuesto}{cateto\ adyacente}$$




En este caso los ángulos α y β se calculan restando 90º - 37º y 90º - 53 º, por lo cual α = 53º y β = 37º.

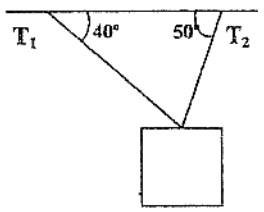
Si consideramos que la hipotenusa del triángulo rectángulo que queda formado no es otra cosa que el peso del semáforo y los catetos las tensiones que estamos tratando de calcular, bastará con plantear las funciones trigonométricas correspondientes para encontrar los valores buscados

$\cos \alpha = \dfrac{\text{Cat. adyacente } (T_1)}{\text{Hipotenusa (Peso)}} \longrightarrow T_1 = \text{Peso} \cdot \cos \alpha$

$\cos \beta = \dfrac{\text{Cat. adyacente } (T_2)}{\text{Hipotenusa (Peso)}} \longrightarrow T_2 = \text{Peso} \cdot \cos \beta$

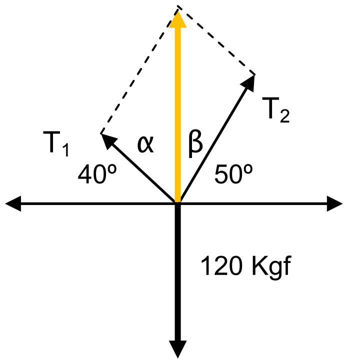
**Ejercicio de aplicación:**

Un cartel de 120 Kgf de peso se mantiene en equilibrio por medio de dos cuerdas que lo sostienen del techo como muestra la figura.




Trasladada a un eje cartesiano, la situación sería la que se muestra a continuación:

$\alpha = 50^{\circ}$ y $\beta = 40^{\circ}$



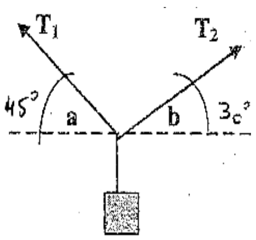

$T_1 = P \cdot \cos 40^{\circ}$

$T_1 = 120 \text{ Kgf} \cdot 0{,}76$

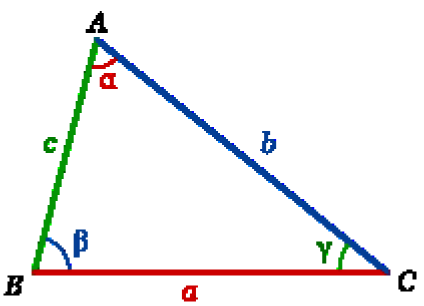
$\mathbf{T_1 = 91{,}2 \text{ Kgf}}$

$T_2 = P \cdot \cos 50^{\circ}$ $\quad T_2 = 120 \text{ Kgf} \cdot 0{,}64$ $\quad \mathbf{T_2 = 77{,}13 \text{ Kgf}}$

- **Caso particular en el que las tensiones forman ángulos con la horizontal que no suman 90º**

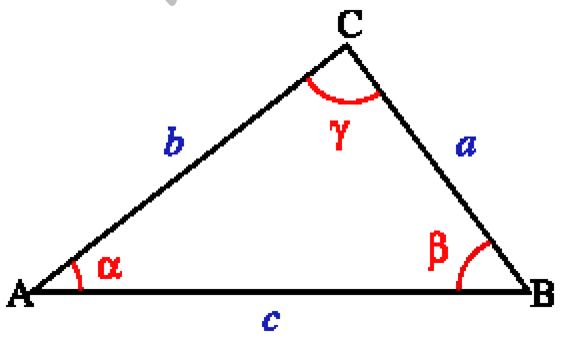



En este caso al no sumar los ángulo que forman las cuerdas con la horizontal 90º, al armar el paralelogramo no quedarán triángulos rectángulos si no triángulos oblicuángulos y en ese caso será necesario aplicar el Teorema del Seno.




El ***teorema del seno*** relaciona ángulo con lados enfrentados a ellos

$$\frac{a}{\operatorname{sen} \alpha} = \frac{b}{\operatorname{sen} \beta} = \frac{c}{\operatorname{sen} \gamma}$$



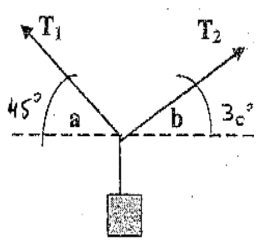

El ***teorema del coseno*** vincula dos lados y el ángulo comprendido y permite calcular el lado restante de acuerdo a la siguiente fórmula:

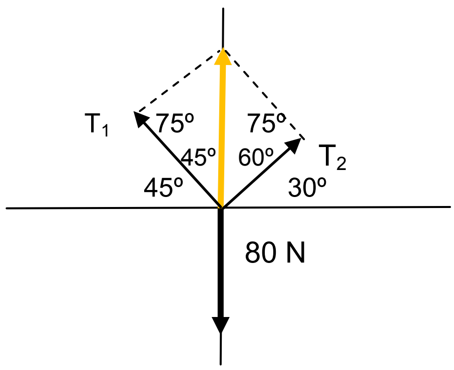
$a^2 = b^2 + c^2 - 2.b.c.\cos \alpha$

$b^2 = a^2 + c^2 - 2.a.c.\cos \beta$

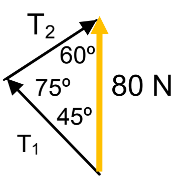
$c^2 = b^2 + a^2 - 2.b.a.\cos \gamma$

En el caso del ejemplo dado, considerando que el peso que sostienen las dos cuerdas es de 80 N, trasladado a un sistema cartesiano sería:




En este caso el ángulo entre las 2 fuerzas es 180º - (45º+30º) = 105º, por lo que los otros dos ángulos del paralelogramo se calcularán como 360º - 2x105º = 150º/2 = 75º
Si consideramos cada uno de los triángulos que quedan formados con las tensiones y el vector naranja, tendremos la siguiente figura:




Al tener los 3 ángulos y un lado, se puede aplicar el teorema del seno para obtener las dos tensiones

$$\frac{T_1}{\text{sen } 60^\circ} = \frac{80\ N}{\text{sen } 75^\circ}$$

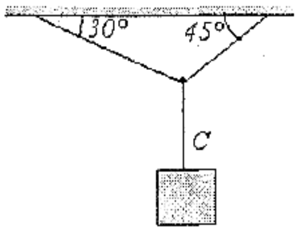
$$T_1 = \frac{80\ N\ .\ \text{sen } 60^\circ}{\text{sen } 75^\circ} \qquad \mathbf{T_1 = 71{,}73\ N}$$

$$\frac{T_2}{\text{sen } 45^\circ} = \frac{80\ N}{\text{sen } 75^\circ}$$

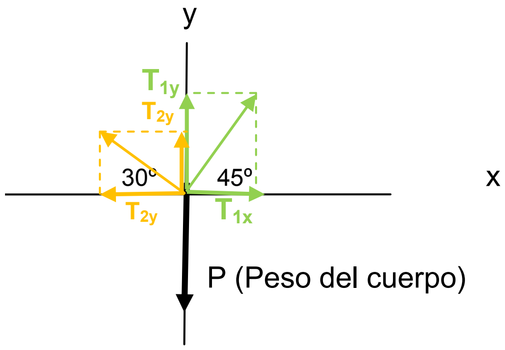
$$T_2 = \frac{80\ N\ .\ \text{sen } 45^\circ}{\text{sen } 75^\circ} \qquad \mathbf{T_2 = 58{,}56\ N}$$

## • CÁLCULO DE TENSIONES EN CUERDAS MEDIANTE SISTEMA DE ECUACIONES

En este caso se descompone cada una de las tensiones en los ejes "x" e "y", se plantea la resultante en ambos ejes y se resuelve por igualación el sistema formado




Planteando la correspondiente descomposición en los ejes cartesianos quedaría:




Para el cálculo de las correspondientes componentes se aplican las siguientes fórmulas:

$T_x = T \cdot \cos \alpha$

$T_y = T \cdot \text{sen } \alpha$

Se plantea entonces la descomposición de las dos tensiones en ambos ejes:

| Eje "x" | Eje "y" |
|---|---|
| $T_{1x} = T_1 \cdot \cos 45º$ | $T_{1y} = T_1 \cdot \text{sen } 45º$ |
| $T_{1x} = 0{,}707 \cdot T_1$ | $T_{1y} = 0{,}707 \cdot T_1$ |
| $T_{2x} = T_2 \cdot \cos 30º$ | $T_{2y} = T_2 \cdot \text{sen } 30º$ |
| $T_{2x} = 0{,}866\ T_2$ | $T_{2y} = 0{,}5 \cdot T_2$ |

Como el sistema está en equilibrio, la resultante en cada uno de los ejes es igual a cero

| | |
|---|---|
| $R_x = 0$ | $R_y = 0$ |
| $T_{1x} - T_{2x} = 0$ | $T_{1y} + T_{2y} - P = 0$ |
| $0{,}707\ T_1 - 0{,}866\ T_2 = 0$ | $0{,}707\ T_1 + 0{,}5\ T_2 - P = 0$ |

Los signos positivo o negativo que acompañan a cada tensión tiene que ver con la orientación en el eje x e y.

Para resolver el sistema con dos incógnitas que quedó, deberá despejarse una misma incógnita de las dos ecuaciones, en este caso, por ejemplo $T_2$

$T_2 = \dfrac{0{,}707\ T_1}{0{,}866}$ Resolviendo el cociente que queda planteado obtenemos $\mathbf{T_2 = 0{,}82\ T_1}$

$\mathbf{T_2 = \dfrac{P - 0{,}707\ T_1}{0{,}5}}$

Igualando las ecuaciones obtenidas queda:

$\mathbf{0{,}82\ T_1 = \dfrac{P - 0{,}707\ T_1}{0{,}5}}$ De esta ecuación se despeja $T_1$

$0{,}82 \cdot 0{,}5 \cdot T_1 = P - 0{,}707\ T_1$

$\mathbf{0{,}41\ T_1 + 0{,}707\ T_1 = P}$ $\mathbf{1{,}117\ T_1 = P}$ $\mathbf{T_1 = \dfrac{P}{1{,}117}}$

Una vez calculada $T_1$, se la reemplaza en la fórmula de $\mathbf{T_2 = 0{,}82\ T_1}$ obteniendo así la otra tensión